*Extrait de l'introduction et du chapitre I de* La Théorie des Jeux *(4ème édition) Economica*

# La théorie des jeux peut-elle être « appliquée » ?

La théorie des jeux est à l'origine d'une situation paradoxale, unique en son genre. D'une part, elle est présentée – notamment dans les dictionnaires et les encyclopédies – comme une « branche des mathématiques ». D'autre part, il suffirait de raconter de petites histoires – « dilemme des prisonniers », « poule mouillée », « bataille des sexes », « chasse au cerf », etc. – illustrées par quelques tableaux de chiffres inventés pour la circonstance, pour « faire de la théorie des jeux ». C'est ainsi qu'elle est présentée dans les manuels – notamment ceux de microéconomie ou de « principes d'économie ». On serait ainsi devant la situation étonnante d'une branche des mathématiques qui serait à la portée de tous – y compris ceux qui ne connaissent rien aux mathématiques.

Malgré des démarches sensiblement différentes sur la nature et la portée de la théorie des jeux, mathématiciens et conteurs d'histoires arrivent à coexister. Les premiers s'abstiennent généralement d'exprimer en public leurs réserves sur les libertés prises par les seconds – à commencer par les économistes – dans l'utilisation de la théorie et dans l'interprétation de ses résultats, au sens mathématique. Ils bénéficient ainsi de la promotion faite par les conteurs d'histoire auprès d'un public bien plus large que celui auquel ils sont habitués – et qui sera donc mieux disposé à financer leurs activités. Les conteurs d'histoires, quant à eux, ne peuvent que tirer parti de l'aura propre aux mathématiques, symboles de rigueur et de précision.

La frontière entre ces deux groupes de personnes est toutefois floue. Les mathématiciens tombent parfois dans les travers des conteurs d'histoires, qui peuvent de leur côté traduire celles-ci en symboles mathématiques plus ou moins compliqués. La confusion est alors à son comble, mathématiques et intuition faisant rarement bon ménage dans le cas de la théorie des jeux.

Un des propos de ce livre est de mettre en garde contre ce genre de confusion. Il présente la théorie avec le minimum possible de mathématiques, à la façon des conteurs d'histoire, tout en insistant, chaque fois que nécessaire, sur les fortes contraintes qu'impose, en toile de fond, leur utilisation. Pour savoir si cela a un sens de parler des « applications » de la théorie des jeux, il faut commencer par préciser la nature des situations dont elle traite, les « jeux ».

## Qu'est-ce qu'un jeu ?

Les théoriciens des jeux utilisent le mot « jeu » pour désigner tout modèle comportant au moins les *trois ingrédients* suivants :

- une liste de *n* individus, appelés *joueurs*, ayant pour but de maximiser une fonction-objectif, ou des gains, chiffrés d'une façon ou d'une autre, compte tenu de l'information dont ils disposent (condition de *rationalité* des joueurs) ;
- *n* ensembles, un par joueur, dont les éléments sont appelés *stratégies* ;
- une *fonction*, au sens mathématique, qui fait correspondre à chacune des combinaisons possibles des stratégies dont disposent les *n* joueurs une *issue* du jeu. Cette fonction est souvent représentée – notamment dans les exemples numériques – par les valeurs qu'elle prend à chacune des issues possibles du jeu, les *gains* des *n* joueurs à cette issue.

Chaque joueur dispose donc d'une « boîte » de stratégies, dont il doit choisir un élément, en sachant que les autres joueurs font de même. Les choix ont lieu *simultanément* et déterminent une issue du jeu.

Pour que le jeu soit complètement défini, il faut préciser *l'information* dont disposent les participants. Le cas le plus simple, et le plus courant, est celui où il y *information complète* : chaque joueur connaît toutes les issues possibles du jeu et les caractéristiques des autres (leur fonction-objectif). Les joueurs disposent ainsi autant d'informations que le modélisateur. Ils peuvent se mettre à sa place puis raisonner comme lui – et vice versa[1].

Un jeu est donc formé par des joueurs, munis d'une fonction-objectif, et par un *ensemble de règles*. Parmi elles, il y a celle qui définit l'ensemble des choix qu'un joueur est « autorisé » à faire – c'est-à-dire, son ensemble de stratégies. Ainsi, dans le modèle dit « de concurrence parfaite » en économie, les stratégies des ménages et des entreprises sont des paniers de biens, qu'ils demandent ou qu'ils offrent, selon le cas. En revanche, ils ne sont pas autorisés à proposer des prix – qui sont choisis par quelqu'un d'autre qu'eux (voir l'encadré page 57).

[1] Le cas où il y a information incomplète est abordé au chapitre IV. Il ne diffère de celui de l'information complète par le fait que certains éléments du jeu peuvent prendre plusieurs formes (ou « types ») différentes, connues à l'avance, auxquelles les joueurs attribuent des probabilités (qui font partie de leurs croyances a priori).

La règle la plus simple, la même pour tous les jeux, est toutefois celle qui stipule que les choix des joueurs sont simultanés. Elle est aussi la plus lourde de conséquences, puisqu'elle implique que l'approche par la théorie des jeux ne peut être que statique.

## Une approche statique

Chaque joueur ayant annoncé la stratégie pour laquelle il a opté, l'issue du jeu – et les gains qui lui correspondent – peut être déterminée par les joueurs, s'ils sont rassemblés en un même endroit. Si tel n'est pas le cas, on suppose qu'il existe une sorte de « meneur de jeu » qu'ils informent de leur choix et qui les informe en retour des gains qui revient à chacun d'entre eux. Puis le jeu est terminé. Un point c'est tout. Il n'est pas question de poursuivre ou de recommencer, par exemple en supposant que certains, ou tous, modifient leur choix après s'être informés de celui des autre. Car si tel était le cas, cela voudrait dire qu'on se trouve en présence d'un autre jeu, avec de nouvelles règles. En prenant leur décision « initiale », les joueurs devraient alors tenir compte du fait qu'elle peut être suivie d'autres, selon un processus dont les règles et les modalités devraient être précisées. C'est pour éviter d'être confrontés à un modèle élargi de cette sorte, qui relèverait de la dynamique, que les théoriciens des jeux adoptent la règle, statique, du choix unique et simultané.

Il est pourtant fréquent de trouver des références à la dynamique dans les livres et les articles se réclamant de la théorie des jeux. Il existerait ainsi, d'un côté, des « jeux dynamiques », et de l'autre, des « jeux statiques »[2]. Le recours à cette distinction, qui n'a aucun fondement, s'explique par le fait que les théoriciens des jeux ont l'habitude d'envisager deux grands types de jeux : les jeux à un coup et les jeux à plusieurs coups. Ces derniers sont représentés, quand cela est possible, par un « arbre », qui permet de visualiser l'ordre des coups successifs – tel qu'il est stipulé par les règles du jeu (cf. chapitre II). On a alors l'impression d'être devant une situation où les décisions sont prises les unes après les autres – devant un processus qui aboutit, après avoir parcouru un chemin le long de certaines branches de l'arbre, à l'une des issues du jeu. Cette impression est en réalité trompeuse car les joueurs, comme le théoricien, « voient » l'arbre dans tous ses détails (hypothèse d'information complète[3]). Ils peuvent donc

[2] Jacques-François Thisse fait ainsi cette distinction (http://www.core.ucl.ac.be/staff/thisse(micro_licence).pdf). Pourtant la première fois qu'il utilise le mot dynamique, il le met entre guillemets, signifiant par là qu'il pose problème – puisqu'il peut être mis sous la forme statique (stratégique). Les guillemets disparaissent par la suite, malheureusement ...

[3] L'autre cas envisagé est celui de l'« information incomplète ». Certaines branches de l'arbre sont affectées par des probabilités, généralement connues de tous. La présentation et les calculs sont plus compliqués – les gains

envisager toutes les situations qui peuvent se présenter le long de l'arbre, à chaque fois où ils sont concernés, faire leur choix en conséquent puis l'annoncer en une seule fois, en même temps que les autres joueurs, comme le stipulent les règles des modèles de jeu.

Les théoriciens des jeux tiennent compte de cette caractéristique propre aux jeux à plusieurs coups en donnant une forme particulière aux stratégies auxquelles les joueurs ont accès. Plus précisément, ils supposent qu'elles prennent la forme de *listes d'instructions* dans lesquelles les joueurs indiquent à l'avance ce qu'ils font, ou feraient, à chaque « coup » où les règles du jeu stipulent qu'ils doivent, ou peuvent, intervenir – quel que soit le chemin suivi sur l'arbre. C'est seulement à cette condition que le meneur de jeu, auquel les listes d'instructions sont transmises, peut déterminer dans tous les cas l'issue du jeu correspondant aux choix faits par les joueurs.

Le stratagème qui consiste à définir les stratégies comme des listes d'instructions – ou comme des « plans d'actions » – où toutes les éventualités futures sont prises en compte, permet de mettre les jeux à plusieurs coups sous la « forme normale » du choix simultané et unique des stratégies. On verra au chapitre II comment un jeu (avec deux participants) représenté par un arbre peut être mis sous la forme d'un tableau à double entrée, où le choix des joueurs se réduit, selon le cas, à celui d'une ligne ou d'une colonne de ce tableau. Il est évidemment impossible, alors, de parler de dynamique.

La référence à l'équilibre, fréquente en théorie des jeux, contribue aussi à entretenir la confusion, vu le caractère purement statique des modèles de jeu, alors que l'idée d'équilibre est généralement associée à celle de processus.

## Sur la notion d'équilibre

Les références à l'équilibre sont monnaie courante dans les sciences sociales – tout particulièrement en économie. Dans la vie de tous les jours, les équilibres sont généralement perçus comme des « états de repos » auxquels parviennent des systèmes en mouvement ou après avoir subi une perturbation. Il est donc très difficile de penser l'équilibre sans songer à une forme ou une autre de dynamique. Les théoriciens des jeux n'hésitent pourtant pas à parler d' « équilibre » à propos de certaines combinaisons de stratégies des joueurs. Le cas le plus connu est celui de l'*équilibre de Nash*, référence obligée de l'approche « non coopérative » en théorie des jeux.

---

devenant des gains espérés – mais l'information requise est du même ordre (en fait, supérieure) que dans le cas où elle est « complète ». Sur le plan conceptuel, il n'y a pas de différence de fond (cf. chapitre IV).

La façon dont l'équilibre de Nash est habituellement défini, notamment dans les manuels, rappelle toutefois combien le fait de parler d'équilibre peut être source d'ambiguïté. Cet « équilibre » est en effet présenté comme une combinaison de stratégies telle que chaque joueur maximise son gain *étant donné* les stratégies des autres joueurs. Il est courant aussi de lire qu'à un équilibre de Nash, la stratégie de chaque joueur est la *meilleure réponse* aux stratégies des autres. Ces deux définitions donnent à penser que chaque joueur fait son choix *après avoir pris connaissance de celui des autres* – comme le suggèrent les expressions « étant donné » ou « meilleure réponse à ». L'équilibre serait ainsi l'aboutissement d'un processus dans lequel les joueurs réagissent successivement aux annonces des autres. Ce processus a toutefois trois inconvénients majeurs. D'abord, pour qu'il s'amorce, il faut se donner des stratégies « de départ » pour tous les joueurs sauf un (celui qui choisit sa « meilleure réponse » à ces stratégies). Ensuite, il faut désigner le premier joueur, puis préciser l'ordre d'intervention des suivants. Enfin, il faut supposer qu'il converge – ce qui est loin d'aller de soi. La forme des équilibres, point d'aboutissement de ce processus (s'il converge), dépend donc de facteurs tels que les conditions initiales et l'ordre d'intervention des joueurs. Elle est, comme eux, largement arbitraire.

En excluant toute forme de processus, la règle des choix simultanés évite d'arriver à une conclusion si décourageante, qui rend en fait vaine toute modélisation. C'est pourquoi cette règle est essentielle dans la définition d'un modèle de jeu. Elle a aussi pour conséquence d'attirer l'attention sur l'importante des croyances *a priori* des joueurs dans la détermination de leurs choix.

………………..

## Sur les applications de la théorie des jeux

Les allusions omniprésentes aux « applications » de la théorie à de nombreuses situations de la vie en société, qu'elles relèvent de l'économie, de la politique ou d'autres formes de relations interindividuelles[4], est une autre source de malentendus à propos de ce que fait la théorie des jeux - qui fournirait une « boîte à outils » qui pourrait être utilisée dans des contextes très divers.

Il suffit pourtant de revenir à la définition d'un jeu, telle qu'elle a été donnée plus haut, pour se rendre compte combien il est incongru de vouloir appliquer cette théorie à des situations de

[4] Ainsi, selon Jacques-François Thisse : « la théorie des jeux a acquis le statut d'une discipline autonome tant ses développements et ses domaines d'application sont devenus nombreux et variés ». Pourtant les exemples qu'il donne n'ont absolument rien de concret.

la vie réelle. Il est en effet pratiquement impossible de trouver des exemples de situations qui peuvent être ramenées à l'annonce par un groupe de personnes des décisions prises dans leur coin par chacune d'entre elles. Le fait que l'annonce se limite à une action simple – cas de loin le plus fréquent des soi-disant « applications » – ou qu'elle prenne la forme d'une liste d'instructions ne change rien à l'affaire.

Les exemples d'« applications » donnés dans les ouvrages de théorie des jeux ont trait en général, si on exclut le cas des jeux de société, à des situations ne correspondant à rien de vécu, de près ou de loin. Parmi ces histoires, il y a le modèle du duopole de Cournot, présenté comme l'exemple type d'application de la théorie des jeux (voir l'encadré page 51). En l'occurrence, le principal apport de la théorie des jeux à propos de ce modèle est d'attirer l'attention sur l'incohérence de sa présentation usuelle, notamment en ce qui concerne le rôle des croyances dans le choix des entreprises du duopole (Bénicourt et Guerrien, 2008).

Les « expériences », très à la mode, inspirées par la théorie des jeux prouveraient selon certains qu'elle peut donner lieu à des applications. A défaut d'être observées dans la vie réelle, les conditions de jeu sont créées « en laboratoire ». Les joueurs ne peuvent toutefois l'être aussi et on constate, quelle que soit l'histoire dans laquelle ils sont impliqués, que leurs choix sont largement influencés par leurs systèmes de valeurs – résultat de leur éducation et de leur culture – , de sorte que la théorie s'« applique » mal, même dans un contexte censé lui être favorable. On reviendra sur ce point à la fin du chapitre II.

Les jeux dits « évolutionnistes » sont depuis quelque temps aussi présentés comme des exemples d'applications de la théorie des jeux. On verra au chapitre IV qu'en dehors d'une vague similitude formelle, ils n'ont rien à voir avec elle, puisqu'ils excluent dès le départ l'idée de choix – les joueurs étant des robots pré programmés.

## Théorie des jeux et rationalité

La théorie des jeux est, pour l'essentiel, une exploration des conséquences des comportements rationnels dans divers contextes – décrits par des histoires plus ou moins compliquées. Quand le joueur fait face aux seules forces de la nature, la rationalité consiste à déterminer ces forces et à les utiliser en fonction du but recherché. Ce qui est simple dans le principe, tout en pouvant être difficile à réaliser dans la pratique. La situation est toute autre quand il y a plusieurs joueurs dont les objectifs interfèrent. Le fait de supposer qu'ils sont tous rationnels – ils cherchent à maximiser leur fonction-objectif compte tenu de l'information dont ils disposent – peut dans certains cas simples permettre de prévoir les choix des joueurs, même s'ils sont jugés peu satisfaisants. Le chapitre II s'intéresse à ce cas – d'où son titre « théorie des jeux et prédictions ». Le chapitre III est entièrement consacré à l'équilibre de Nash, dans lequel les croyances jouent presque toujours un rôle déterminant. Les deux chapitres suivants sont des variations autour du thème « rationalité et croyances », dans des contextes un peu différents et parfois plus compliqués – cas des jeux répétés, puis des jeux à information incomplète. Cela devrait suffire pour donner une vision d'ensemble de ce qu'est la théorie des jeux.